

射线追踪法在球面收敛调节片喷管 RCS 计算中的应用

崔金辉¹, 尚守堂¹, 杨青真², 李兆红¹, 陈立海²

(1. 中国航空工业集团公司 沈阳发动机设计研究所, 沈阳 110015;

2. 西北工业大学 动力与能源学院, 西安 710072)

摘 要: 结合射线追踪法的原理, 利用自主开发的电磁散射特性计算程序, 对具有不同尾缘修型的球面收敛调节片喷管进行了数值模拟计算, 分别得到了不同喷管内部腔体散射场和喷管出口边缘绕射场的雷达散射截面(RCS), 并且通过计算获得了不同入射方位角上喷管腔体内壁面上的感应电流, 通过对感应电流的分析, 从本质上解释了 RCS 的变化规律. 研究结果表明: 对喷管出口尾缘所采用的修型措施在降低喷管出口边缘绕射场的 RCS 和改善喷管电磁隐身性能方面效果显著; 相对于普通的遮挡算法, 射线追踪法将计算周期缩短了 21% 以上, 明显地提高了计算效率; 利用感应电流的分析方法能够清晰直观地从本质上解释 RCS 的变化规律, 并且具有较高的可靠性.

关 键 词: 射线追踪法; 雷达散射截面; 感应电流; 修型措施; 球面收敛调节片喷管

中图分类号: V228.7

文献标志码: A

Application of ray-tracing method in calculating RCS for spherical convergent flap nozzle

CUI Jin-hui¹, SHANG Shou-tang¹, YANG Qing-zhen²,

LI Zhao-hong¹, CHEN Li-hai²

(1. Shenyang Engine Design and Research Institute,
Aviation Industry Corporation of China, Shenyang 110015, China;

2. School of Power and Energy,
Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Numerical simulation of spherical convergent flap nozzles with different trailing edges shaping measures was finished using the self-developed electromagnetic scattering characteristic program based on the ray-tracing method. Radar cross section (RCS) of inner cavity scattering field and edge diffraction field was obtained for above several different SCFN. Meanwhile, induced electric current of inner cavity wall at different azimuth angles was calculated. With the method of analyzing the induced electric current, the change law of RCS was explained essentially. The analysis results show that the shaping measures for the trailing edge of the nozzle have a significant and obvious effect on decreasing the RCS of edge diffraction field and improving the electromagnetic stealth performance. Compared with ordinary occultation algorithm, the ray-tracing method shortens computational cycle by 21%, and improves the computing efficiency obviously. The analysis method using induced electric current can explain the change law of RCS clearly and intuitively with a high reliability.

收稿日期: 2013-10-29

作者简介: 崔金辉(1987—), 男, 山东潍坊人, 助理工程师, 硕士, 主要从事航空发动机总体设计和性能计算, 以及发动机的电磁隐身计算. E-mail: cjh66hero@163.com

Key words: ray-tracing method; radar cross section; induced electric current; shaping measure; spherical convergent flap nozzle

球面收敛调节片喷管(SCFN)作为一种多功能的推力矢量喷管,其优势正逐步得到各国航空领域的认可^[1-8],由于 SCFN 既能够实现二元矢量喷管所具有的俯仰功能,也能够实现轴对称矢量喷管的偏航功能,并且矢量角更大,因此美国便将其列入了综合高性能涡轮发动机技术计划(IHPTET),用以克服单纯的二元矢量喷管和轴对称矢量喷管所暴露出的缺陷。除此之外,当前先进战机还要有较好的隐身性能,而航空发动机的尾喷管也是雷达主要探测的目标之一,喷管等腔体部件已成为评估隐身飞机隐身性能的关键部件^[9],因此研究并改善 SCFN 的雷达隐身特性就显得尤为重要,这也是 SCFN 研制过程中一个必不可少的阶段,因为这直接决定了飞机的安全性和可靠性。很多研究表明,对喷管出口尾缘或喷管扩张段采用适当的修型措施可以减弱雷达绕射回波,降低 RCS,进一步降低喷管的电磁信号特征,提高喷管的隐身性能^[10-13]。

本文是在文献[14]研究的基础上,针对两种改善喷管雷达隐身特性的尾缘修型技术,继续开展球面收敛调节片喷管电磁隐身特性的研究。不同的是,在计算过程中,本文主要建立了一种快速有效地判断面元间遮挡关系的新方法——射线追踪法,用来快速判断喷管壁面上各个面元之间的照射关系。国内外很多科研人员对遮挡算法已经进行过较多研究^[15-18],但是射线追踪法在计算速度方面有着更加显著的效果。

文中借助于感应流的分析手段来深入研究球面收敛调节片喷管的电磁隐身特性,从本质上解释喷管腔体内部散射场的 RCS 随入射方位角的变化规律。在文章最后单独对喷管出口边缘绕射场的 RCS 进行了计算和对比分析,通过对采取不同尾缘修型措施的球面收敛调节片喷管的雷达隐身特性进行比较,来验证修型措施对喷管电磁散射特性信号的抑制效果。

1 物理模型

对喷管出口尾缘所做的修型措施分别为单向斜切和双向斜切,单向斜切即仅将喷管出口扩张段向某一侧做 30° 的切割,简称为斜切口模型,如图 1 所示。双向斜切即将喷管出口扩张段从中心线向两侧同时做 45° 的切割,简称为锯齿形模型,

如图 2 所示。为了对比修型的效果,需要将基本模型喷管即没有做过尾缘修型的喷管也做出计算,如图 3 所示。喷管的几何尺寸等主要特征参数见文献[19]。

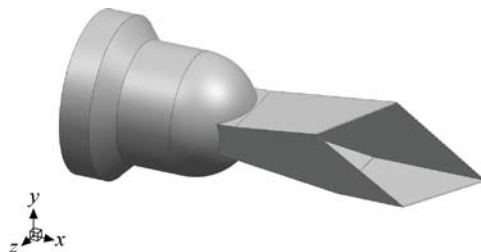


图 1 斜切口模型

Fig. 1 Scarfed configuration

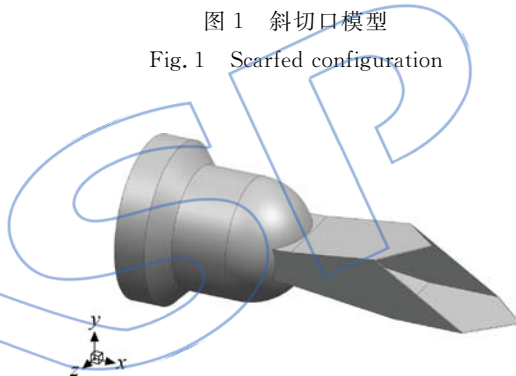


图 2 锯齿形模型

Fig. 2 Sawtooth configuration

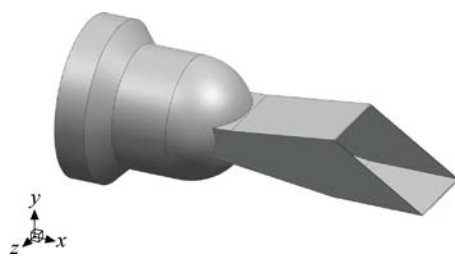


图 3 基本模型

Fig. 3 Base configuration

2 射线追踪法

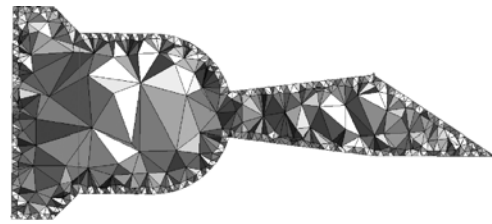
计算喷管的电磁隐身特性和各个不同入射方位角上 RCS 的大小主要用到两种方法,即物理光学迭代法和等效棱边电磁流法^[20-23]。在使用以上两种方法进行计算的过程中,将会对喷管壁面各面元之间的遮挡照射关系做出判断,而判断方法的快慢直接决定了整个计算过程所需时间的多少。本文提出的射线追踪法在计算过程中简单易

行,并且缩短了计算时间和计算周期,提高了计算效率。

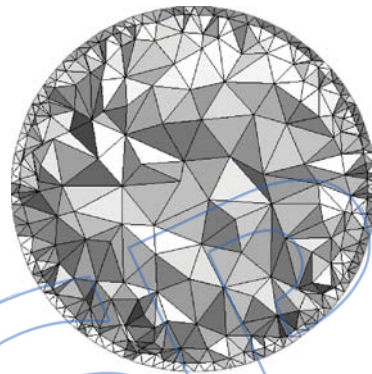
在计算喷管腔体内壁面上的感应电流和腔体内部散射场的 RCS 之前,首先要将喷管内壁面划分为很多个微小的面元,面元数量越多计算结果越精确,但是数量越多计算时间也越长,因此要合理划分计算面元(面网格),电磁波在喷管内壁面之间的多次反射就是电磁波在各个面元之间的多次反射。物理光学迭代法的基础是物理光学近似,从遮挡效应出发,需要考虑目标各面元之间能否相互照射的问题^[15]。如果某一面元处于照射面元照明的阴影区,或者被其他面元所遮挡,按照物理光学迭代法的高频理论,该面元对照射面元的 RCS 不会产生散射影响,因此在进行 RCS 计算前必须做遮挡判断,一个面元是否被遮挡可近似认为该面元中心是否能够被照射面元看到(照射)。基于以上思想,本文使用射线追踪法来快速有效地判断面元之间的照射关系,借助于图 4,射线追踪法的过程可描述如下:

1) 首先在腔体内部的整个区域生成网格,包括腔体壁面网格和腔体内部体网格。面网格是物理光学迭代法用来计算感应电流和 RCS 的,因此是最主要的,而内部体网格仅仅是射线追踪法用来判断面元间照射关系的媒介。由于壁面上的等效感应电流仅仅与腔体内壁面有关,因此物理光学迭代法与腔体内部体网格的疏密和数量无关,所以在生成内部体网格时可以将网格划分得稍微稀疏一些。喷管内部体网格尺寸越大,遮挡关系判断需要搜索的体网格越少,则计算时间也就越短,因而在构造模型体网格时尽可能生成大尺寸体网格。为了更加直观地说明这一点,以图 3 所示的基

本模型喷管为例,给出了喷管在两个不同方向上腔体内部体网格的示意图,如图 5 所示。



(a) 平行于喷管轴线剖面



(b) 垂直于喷管轴线剖面

图 5 腔体内部体网格

Fig. 5 Interior mesh of cavity

2) 如图 4 中所示,对于面元 A 和面元 B,如果它们能够相互照射到对方,那么必须满足下面的关系式:

$$\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{n}_1 > 0 \quad \mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{n}_2 < 0 \quad (1)$$

式中 $\mathbf{r}_{21}$ 表示从面元 B 的中心到面元 A 的中心的单位向量, $\mathbf{n}_1$ 和 $\mathbf{n}_2$ 分别是面元 A 和面元 B 的单位法向量。

如果以上关系式不成立,则面元 A、面元 B 之间的照射关系不存在;如果以上关系式成立,还需进行下一步判断。

3) 假设从面元 A 的中心发出一条射线到面元 B,寻找射线方向上与射线相交的所有体网格,然后寻找这些体网格上与射线相交的边界面,如果任何一个边界面是不透明的,那么射线就不能穿过,即照射关系不存在,如射线 2;否则,如果任何边界面都透明,那么面元 A 和面元 B 之间的照射关系存在,如射线 1。

3 计算结果和分析

喷管的电磁散射由两部分构成,喷管内部腔体的散射场和喷管出口边缘的绕射场,这两部分电磁场通过矢量叠加构成喷管电磁散射总场。文

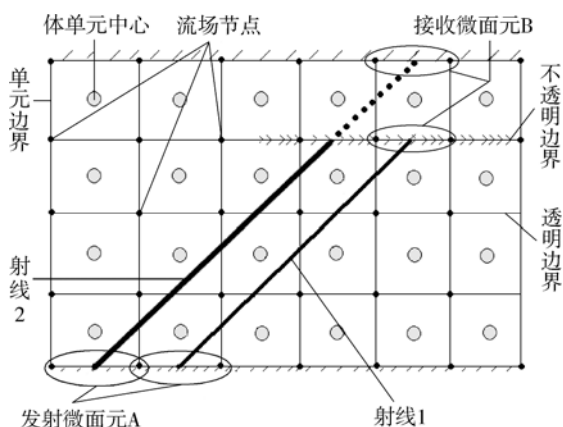


图 4 射线追踪法图解

Fig. 4 Illustration of ray-tracing method

中为了更加明确清晰地展示两种不同电磁场的计算结果,对内部散射场和边缘绕射场分别进行了分析说明,每种电磁场的计算结果又分水平极化和垂直极化两种方式。

计算过程中统一采用的电磁波波长 λ 为 0.03 m ,即入射波频率为 10 GHz 。在 RCS 分布图中,纵坐标 σ 表示 RCS,单位为 dB ,横坐标的 θ 表示入射方位角,文中 θ 的变化范围从 0° 到 40° , 0° 入射方位角即电磁波以平行于喷管轴线的方向从喷管出口射入,也就是入射波垂直于喷管出口平面。

3.1 程序校核验证

为了验证程序的可靠性,对某一单端开口圆柱腔体模型^[24]进行 RCS 数值模拟计算,并对计算结果(图6~图7中的本文计算值1)和参考值进行了对比。圆柱腔体沿 x 轴放置,沿正 x 方向开口,腔体长度 $L=10\lambda$,直径 $D=6\lambda$ 。同时为了验证射线追踪法对计算时间和计算精度的影响,在程序中不使用射线追踪法,而是采用一般的遮挡算法^[15,25]对上述腔体模型进行计算,并将结果(图6~图7中的本文计算值2)与计算值1做了对比。在计算完成后对计算时间做了统计,不采用射线追踪法的计算周期为 19 h ,采用射线追踪法的计算周期为 15 h ,即射线追踪法将计算时间缩短了大约 21% 。

通过参考值和本文计算值1的对比发现,采用本程序计算所得到的结果与文献中参考算例的结果十分接近,说明程序有较高的可靠性和计算精度;其次,通过计算值1和计算值2的对比可知,采用射线追踪法和不采用射线追踪法计算得

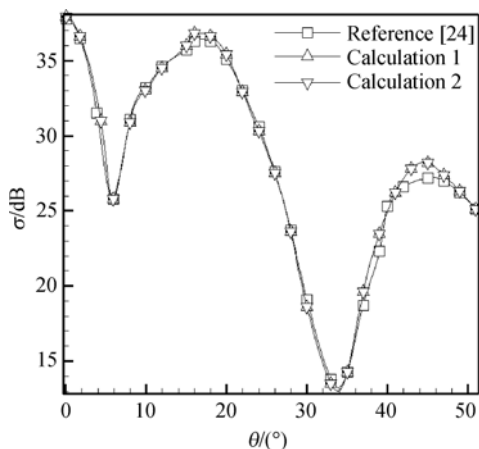


图6 水平极化下 RCS 分布对比

Fig. 6 Comparison of RCS under condition of horizontal polarization

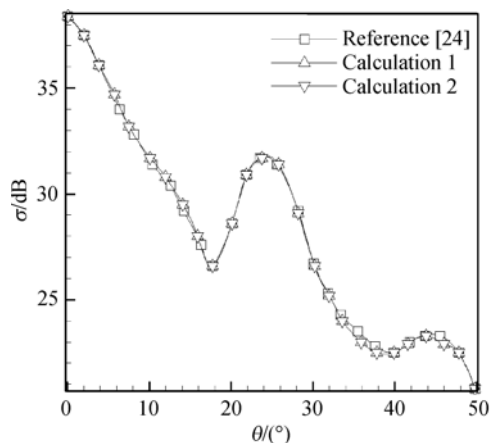


图7 垂直极化下 RCS 分布对比

Fig. 7 Comparison of RCS under condition of vertical polarization

到的结果完全一致,说明射线追踪法只是简化计算程序、加快计算速度,对计算结果的精度并没有产生任何影响。

3.2 喷管腔体散射场

图8~图9分别为水平极化和垂直极化下,基本模型、斜切口模型和锯齿形模型喷管内部腔体散射场的 RCS 随入射方位角的变化曲线。

从图8~图9中可以得出与文献[14]一致的结论:随着入射方位角的增大,3种喷管腔体散射场的 RCS 整体上呈现出下降的趋势; 0° 入射方位角时3种喷管的 RCS 值基本相同,并且在所有入射方位角范围内为最大。文献[14]从电磁波本身的角度即物理层面解释了产生上述现象的原因,本文基于感应电流线密度的大小分布从本质上解

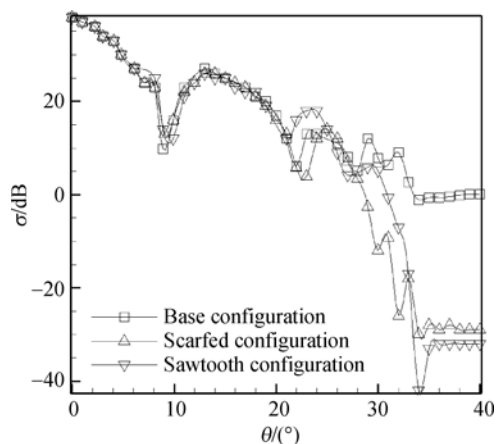


图8 水平极化下腔体散射场 RCS 随入射方位角的变化曲线

Fig. 8 Curves of RCS of cavity scattering fields varying with azimuth angles under condition of horizontal polarization

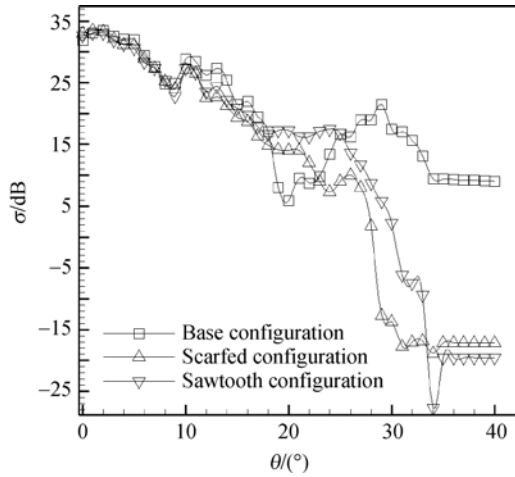


图 9 垂直极化下腔体散射场 RCS 随入射方位角的变化曲线

Fig. 9 Curves of RCS of cavity scattering fields varying with azimuth angles under condition of vertical polarization

释喷管 RCS 的变化规律。

物理光学迭代法就是在考虑电磁波多次散射的基础上,通过多次迭代来求解物体表面的实际感应电流. 理论研究表明,感应电流线密度越大,在空间中的辐射场的电场强度也越大,即更加容易被雷达探测到,也就是说雷达散射截面越大. 因此,某一入射方位角下感应电流线密度的大小可以间接地反映这个入射方位角上 RCS 的大小,感应电流线密度越大, RCS 值就越大,感应电流线密度越小, RCS 也越小.

图 10 和图 11 给出了 0° 入射方位角上水平极化和垂直极化方式下 3 种喷管腔体的感应电流线密度 $A(A/m)$ 分布云图. 从图上可以看出,在相同极化方式下,3 种喷管在 0° 入射方位角上的等效感应电流线密度在后向可探测面上的分布以及大小和数量级基本完全一致,并不随喷管出口形状的变化表现出明显的差异,因此感应电流在空间

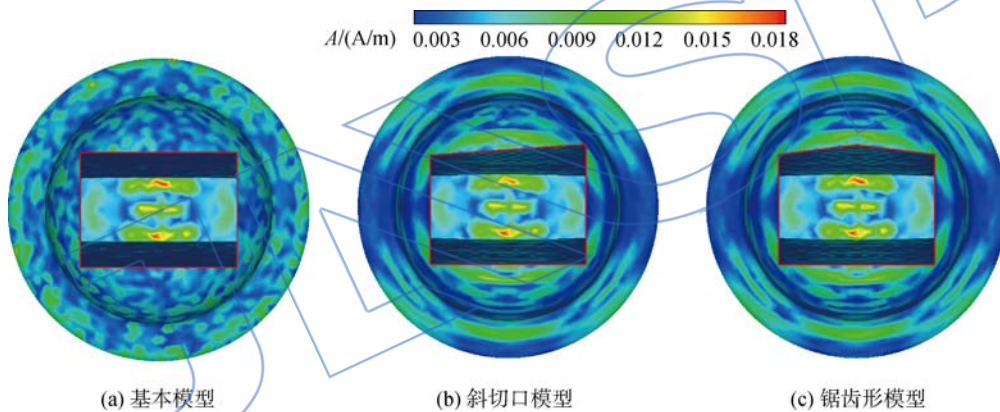


图 10 水平极化方式下 0° 入射方位角时的腔体感应电流线密度分布

Fig. 10 Distribution of induced current line density in cavities at azimuth angle of 0° under condition of horizontal polarization

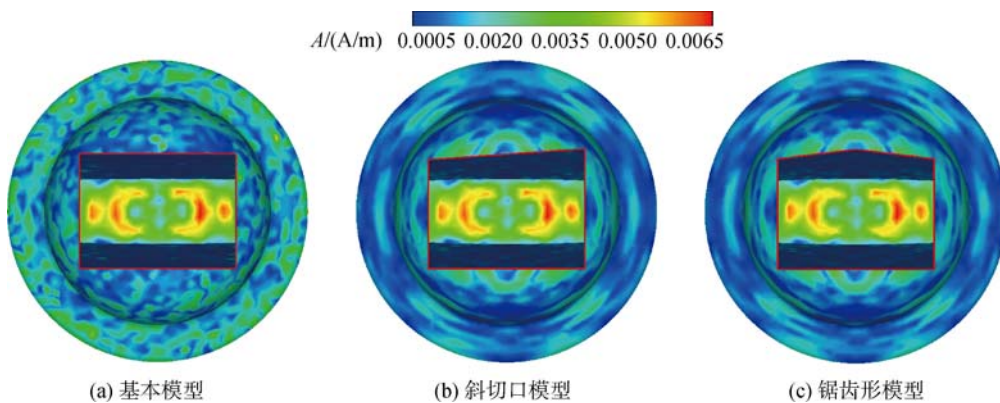


图 11 垂直极化方式下 0° 入射方位角时的腔体感应电流线密度分布

Fig. 11 Distribution of induced current line density in cavities at azimuth angle of 0° under condition of vertical polarization

的辐射场强也基本相同,这就更加直观地解释了相同极化方式下 0° 入射方位角上3种喷管的RCS为什么相同的原因.但是在两种不同的极化方式下,RCS的最大值并不一样,从图8、图9可以看到,水平极化方式下 0° 入射方位角上的RCS为39 dB,而垂直极化方式下 0° 入射方位角上的RCS为33 dB,从感应电流线密度分布云图上可以发现,水平极化时, 0° 入射方位角上感应电流线密度的最大值为 $0.018\sim 0.019$ A/m,而垂直极化时感应电流线密度的最大值仅为 $0.006\sim 0.0065$ A/m,即水平极化的电流线密度比垂直极化大,这就解释了在 0° 入射方位角上水平极化的RCS表现出比垂直极化的RCS大的原因.

利用感应电流分布云图也可以解释在 0° 入射方位角上RCS达到最大值的原因, 0° 入射方位角上,从喷管后方入射到喷管内部的电磁波与喷管进口平面正好呈 90° ,大部分的入射电磁波会被直接反射回去形成很强的后向镜面反射,电磁波能量损失较小,因此产生的感应电流相应地会很大,感应电流在这个方向上产生的场强也最大,

导致 0° 入射方位角上的RCS在所有入射方向中是最大的.而在其他入射方位角度上,由于入射电磁波在喷管内壁面之间多次反射,因此很大一部分电磁波不能直接反射回入射方向,大部分入射波在多次反射中逐渐衰弱或者被喷管壁面上的吸波材料吸收,所以产生的感应电流和电场强度不会很大,相对 0° 入射方位角的情况而言RCS值要小的多.例如,水平极化方式下当入射方位角为 30° 时,基本模型喷管的RCS值为8.78 dB,而 0° 入射方位角上的RCS值却高达38.3 dB,图12和图13分别为水平极化和垂直极化方式下, 30° 入射方位角对应的感应电流线密度分布云图,与图10和图11对比分析可以得出:在水平极化方式下,3种喷管在 0° 入射方位角时的感应电流线密度最大值分别为 $0.019, 0.019, 0.018$ A/m,而在 30° 入射方位角时的感应电流线密度最大值分别为 $0.0055, 0.006, 0.0045$ A/m;在垂直极化方式下,3种喷管在 0° 入射方位角时的感应电流线密度最大值分别为 $0.0065, 0.0065, 0.0065$ A/m,而在 30° 入射方位角时的感应电流线密度最大值分别为 $0.0034, 0.0038, 0.0036$ A/m.

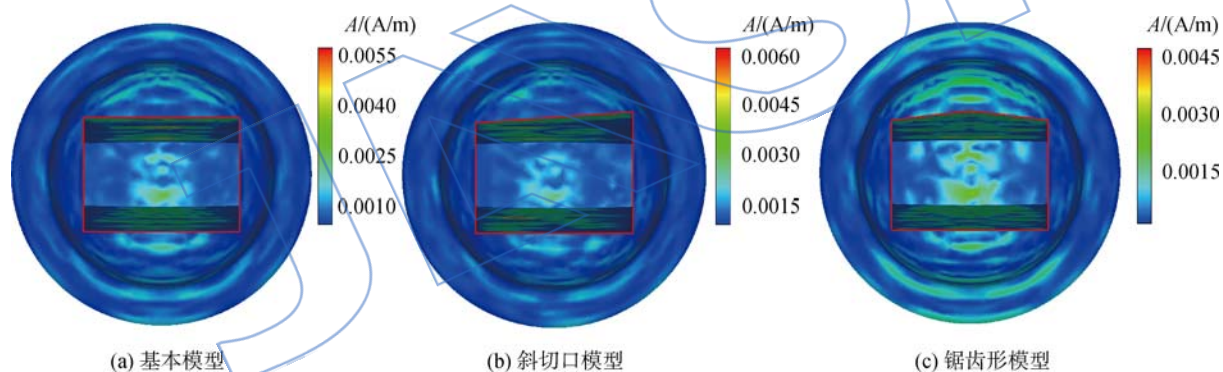


图12 水平极化方式下 30° 入射方位角时的腔体感应电流线密度分布

Fig. 12 Distribution of induced current line density in cavities at azimuth angle of 30° under condition of horizontal polarization

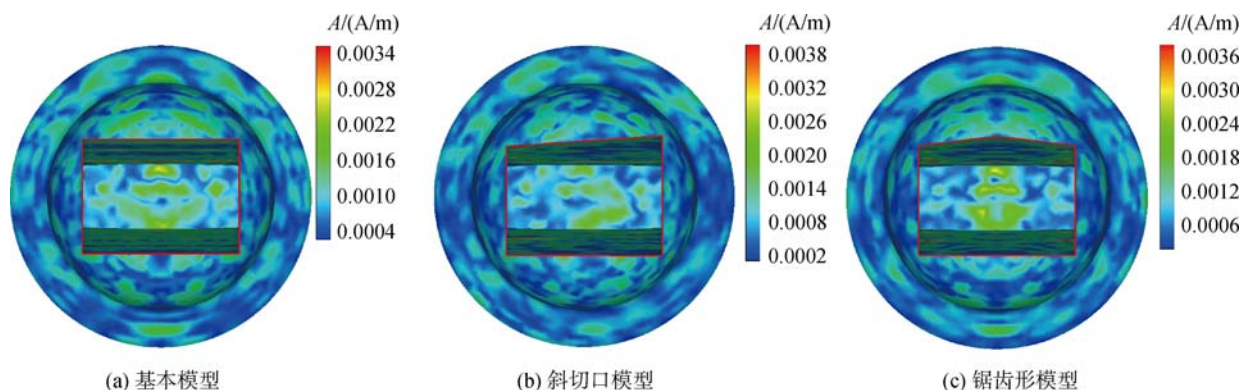


图13 垂直极化方式下 30° 入射方位角时的腔体感应电流线密度分布

Fig. 13 Distribution of induced current line density in cavities at azimuth angle of 30° under condition of vertical polarization

0.0038, 0.0036 A/m. 可见, 30° 入射方位角时的感应电流线密度明显小于 0° 入射方位角时的感应电流线密度, 因此相应的, 30° 入射方位角时的 RCS 就明显地小于 0° 入射方位角时的 RCS.

3.3 喷管边缘绕射场

图 14 和图 15 分别为水平极化和垂直极化方式下 3 种喷管边缘绕射场的 RCS 随入射方位角的变化关系.

对比图 14~图 15 中 RCS 大小分布可以看

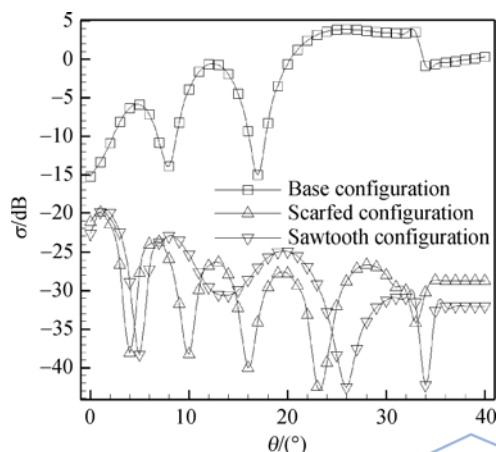


图 14 水平极化方式下边缘绕射场 RCS 随入射方位角的变化曲线

Fig. 14 Curves of RCS of edge diffraction field varying with azimuth angles under condition of horizontal polarization

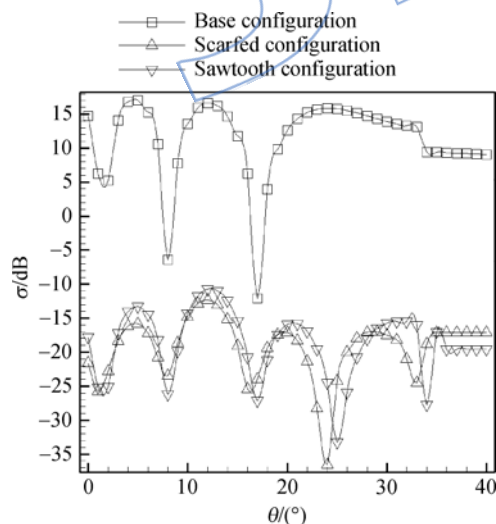


图 15 垂直极化方式下边缘绕射场 RCS 随入射方位角的变化曲线

Fig. 15 Curves of RCS of edge diffraction field varying with azimuth angles under condition of vertical polarization

出,斜切口模型和锯齿形模型的 RCS 分布彼此相差不大,但是要明显地小于基本模型的 RCS. 在水平极化方式下,基本模型的平均 RCS 值约为 -2 dB,斜切口模型和锯齿形模型的 RCS 平均约为 -30 dB,比基本模型的平均值降低了约 28 dB; 垂直极化方式下,基本模型的平均 RCS 值约为 10 dB,斜切口模型和锯齿形模型的 RCS 约为 -20 dB,比基本模型的平均值降低了约 30 dB. 因此,对喷管出口尾缘所做的修型很大程度上降低了喷管出口边缘绕射场的 RCS,效果显著,即对喷管的修型措施起到了降低 RCS,改善喷管电磁隐身性能的作用.

4 结 论

1) 通过算例验证可知射线追踪法能够使计算周期缩短 21% 以上,证明了射线追踪法可以加快计算速度.

2) 对喷管出口尾缘所采用的斜切口及锯齿形等修型措施,在降低喷管边缘绕射场的 RCS 以及改善电磁隐身性能等方面效果显著.

3) 相同计算条件下,感应电流线密度随着入射方位角的增大整体上呈现出下降的趋势, 0° 入射方位角时的感应电流在所有入射方位角度范围内为最大.

4) 感应电流线密度的分析方法简单易行、清晰直观,简化了分析 RCS 规律变化问题的复杂性.

5) 使用本文程序计算喷管 RCS 时,即使采用了射线追踪法,计算周期仍然较长,在后续的研究中,还可以对程序继续改进.

参考文献:

- [1] 宋洁,王强. 复杂形式球型收敛调节片喷管内流场计算及分析[J]. 航空动力学报, 2007, 22(8): 1325-1329.
SONG Jie, WANG Qiang. Numerical investigation on internal flow of a spherical convergent flap nozzle with complex geometry[J]. Aerospace Power, 2007, 22(8): 1325-1329. (in Chinese)
- [2] 梁春华,靳宝林,李雨桐. 球面收敛调节片推力矢量喷管的发展[J]. 航空发动机, 2002(3): 55-58.
LIANG Chunhua, JIN Baolin, LI Yutong. Development of spherical convergent flap nozzle[J]. Journal of Aeroengine 2002(3): 55-58. (in Chinese)
- [3] Daniel L C, Mary L M. Experimental investigation of spherical-convergent-flap thrust-vectoring two-dimensional plug nozzles[R]. AIAA 93-2431, 1993.
- [4] 赵景芸,金捷. 推力矢量技术的研究与发展[J]. 燃气涡轮实验与研究, 1999, 12(1): 51-54.

- [5] Brian E M, Malcolm K M. Scale model test results for several spherical/two-dimensional nozzle concepts[R]. AIAA 93-2430, 1993.
- [6] Taylor J G. Internal performance of a hybrid axisymmetric/nonaxisymmetric convergent divergent nozzle[R]. NASA TM-4230, 1991.
- [7] Paul W H, Edward B T, Jim D S, et al. Yaw and pitch convergent-divergent thrust vectoring nozzle: US, 4836451[P]. 1989-06-06.
- [8] Syed S A, Erhart J J, King E W. Application of CFD to pitch/yaw thrust vectoring spherical convergent flap nozzles[R]. AIAA 90-2023, 1990.
- [9] 杨涛, 杨青真, 李岳锋. 轴对称及二元喷管 RCS 的数值模拟研究[J]. 航空动力学报, 2011, 26(8): 1819-1823.
YANG Tao, YANG Qingzhen, LI Yuefeng. Numerical simulation of RCS for axisymmetric nozzles and symmetrical two-dimensional nozzle[J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26(8): 1819-1823. (in Chinese)
- [10] 阮颖铮. 雷达截面与隐身技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 1998.
- [11] David J W. Static thrust and vectoring performance of a spherical convergent flap nozzle with a nonrectangular divergent duct[R]. NASA/TP-1998-206912, 1998.
- [12] Arnon S, Rotman S R, Kopeika N S. Bandwidth maximization for satellite laser communication[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1999, 35(2): 675-682.
- [13] 陈立海, 杨青真, 陈玲玲, 等. 不同喷口修型的二元收敛喷管 RCS 数值模拟研究[J]. 航空动力学报, 2012, 27(3): 513-520.
CHEN Lihai, YANG Qingzhen, CHEN Lingling, et al. Numerical simulation of RCS for 2-D convergent nozzle with different trailing edges[J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(3): 513-520. (in Chinese)
- [14] 崔金辉, 杨青真, 陈立海. 球面收敛调节片喷管 RCS 数值模拟研究[J]. 航空发动机, 2012, 38(2): 46-50.
CUI Jinhui, YANG Qingzhen, CHEN Lihai. Numerical simulation of RCS for spherical convergent flap nozzle[J]. Journal of Aeroengine, 2012, 38(2): 46-50. (in Chinese)
- [15] 杨涛. 飞行器动力系统腔体 RCS 数值模拟研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2011.
YANG Tao. Simulation of the radar cross section for cavities in aircraft power system [D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2011. (in Chinese)
- [16] 许小艳. 开口腔体的 RCS 计算[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2007.
- XU Xiaoyan. Calculation of the radar cross section for open-ended cavities[D]. Xi'an: Xidian University, 2007. (in Chinese)
- [17] 李争亭, 胡毕富, 席平. 腔体 RCS 计算前置处理中网格单元的相互遮挡判断[J]. 工程图学学报, 2008, 29(1): 61-66.
LI Zhengting, HU Bifu, XI Ping. Mutual occlusion evaluation of duct mesh elements in processing of RCS calculation[J]. Journal of Engineering Graphics, 2008, 29(1): 61-66. (in Chinese)
- [18] 姬金祖, 刘战合. 基于面元分组的电磁遮挡算法及其优化[J]. 北京航空航天大学学报, 2009, 35(4): 453-456.
JI Jinzu, LIU Zhanhe. Electromagnetic occultation algorithm based on facets grouping and optimization[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2009, 35(4): 453-456. (in Chinese)
- [19] Milton L, John G T, Mark C F. Static internal performance of a two-dimensional convergent-divergent nozzle with external shelf [R]. NASA Technical Memorandum 4719, 1996.
- [20] Fernando O B, Jose L R, Burkholder R J. An iterative physical optics approach for analyzing the electromagnetic scattering by large open-ended cavities[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1995, 43(4): 356-361.
- [21] Burkholder R J, Lundin T. Forward-backward iterative physical optics algorithm for computing the RCS of open-ended cavities[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2005, 53(5): 793-799.
- [22] Michaeli A. Elimination of infinities in equivalent edge currents: Part I fringe current components[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1986, 34(7): 912-918.
- [23] Michaeli A. Equivalent edge currents for arbitrary aspects of observation[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1984, 32(3): 252-258.
- [24] 顾长青, 舒永泽, 徐金平. 物理光学迭代法的子域连接法[J]. 电子学报, 2001, 29(3): 420-422.
GU Changqing, SHU Yongze, XU Jinping. A subdomains splicing technique for IPO approach[J]. Acta Electronica Sinica, 2001, 29(3): 420-422. (in Chinese)
- [25] 崔金辉. 球面收敛段轴对称/二元矢量喷管设计优化及数值模拟研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2012.
CUI Jinhui. Numerical simulation and optimization design of spherical convergent flap axisymmetric/2-D vectoring nozzles[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2012. (in Chinese)